3-РАСКРАШИВАЕМОСТЬ ЧИСТЫХ ДЕТСКИХ РИСУНКОВ СНАРКОВ И ЗАДАЧА “ОХОТА НА СНАРКА”

Т.Э. Кренкель

Московский технический университет связи и информатики,
кафедра теории вероятностей и прикладной математики
Авиамоторная 8а, 11024 Москва, Российская Федерация krenkel2001@mail.ru

Теория снарков — раздел теории топологических графов и комбинаторной топологии, в котором рассматривается задача полиэдрального вложения нетривиальных кубических (тривалентных) графов в компактные римановы поверхности рода g.

Снарк является кубическим графом, не допускающим раскраску по Тейту. Граф Петерсена (1898) является минимальным и единственным снарком с 10 вершинами и 15 ребрами. В 1946 году Татт после появления двух кубических графов Блануши доказал, что любой нетривиальный кубический граф может быть сведен к графу Петерсена с помощью двух операций - слияния вершин и вычеркивания ребер.

Исследования в теории снарков мотивированы гипотезой Грюнбаума (1969).

Гипотеза Грюнбаума. *Если кубический граф допускает полиэдральное вложение в ориентированную поверхность, то он 3 — раскрашиваем.*

Сам термин “снарк” был введен Гарднером в 1976 году к 100-летию публикации поэмы Льюиса Кэрролла “*The hunting of the snark*”, посвященной погоне за загадочным существом, именуемым “снарк”.

Теорема Шеннона. *Ребра любого графа могут быть окрашены так, что любые два ребра с общим концом будут иметь различные цвета при использовании самое большее* $\lfloor \frac{3}{2}m \rfloor$ *цветов, где* m *— максимальное число ребер, исходящих из одной вершины.*

Снарки — это тривалентные графы $m = 3$ и поэтому хроматическое число снарка по теореме Шеннона равно 4, т.е. он нераскрашиваем по Тейту.

Чтобы получить 3-раскрашиваемость снарка выскажем следующую гипотезу:

Гипотеза о 3-раскрашиваемости снарков. *Снарк раскрашиваем по Тейту при переходе от снарков в категорию чистых детских рисунков Гротендика Dessin.*

Переход от снарка к чистому детскому рисунку снарка осуществляется добавлением белой вершины посередине каждого ребра снарка, т.е. построением двукрашенного графа с полуребрами.

Лемма Гротендика. *Существует биекция между парами Белого* $(\sum_{g,3}, \beta)$ *и детскими рисунками Гротендика Dessin, где* $\sum_{g,3}$ *компактная риманова поверхность рода* g *с тремя отмеченными точками, а* β *мероморфная функция Белого с тремя критическими значениями.*

Сформулируем задачу:

Задача "Охота на Снарка". *Найти пару Белого* $(\sum_{g,3}, \beta)$ *для чистого детского рисунка Снарка.*

Снарк с большой буквы - это граф Петерсена.